8 -9-cu sinif şagirdləri üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Tur Həllər və Qiymətləndirmə Meyarları

Sual 1. **Tənliyi həll edin:** $\mathbf{2x^3 - 3x^2 - 4x + 1 = 0}$

Həll:

Məsələyə baxdıqda görünür ki $x = -1$ tənliyin həllidir. Onda $x + 1$ ifadəsi sualda verilən tənliyin vuruğu olmalıdır. Bunun üçün hər bir həddi uyğun şəkildə parçalayıb hər biri üçün $x + 1$ vuruğu əldə edək:

$$2x^3 - 3x^2 - 4x + 1 =$$
$$= 2x^3 + 2x^2 - 5x^2 - 4x + 1 =$$
$$= 2x^3 + 2x^2 - 5x^2 - 5x + x + 1 =$$
$$= 2x^2(x + 1) - 5x(x + 1) + (x + 1) =$$
$$= (x + 1)(2x^2 - 5x + 1) = 0$$

Bu iki vuruğun 0 olma hallarını araşdıraq

- $x + 1 = 0 \quad => \quad \boldsymbol{x = -1}$
- $2x^2 - 5x + 1 = 0$

  Diskriminantı hesablayaq: $D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 * 2 * 1 = 17$

  Kökləri tapaq: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \mathbf{\frac{5+\sqrt{17}}{4}}$ və $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \mathbf{\frac{5-\sqrt{17}}{4}}$

Cavab: $\boldsymbol{x = -1}$; $\mathbf{\frac{5+\sqrt{17}}{4}}$; $\mathbf{\frac{5-\sqrt{17}}{4}}$

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 1

1. $x = -1$ -in tənliyin həlli olmasını yazmaq..**1 bal**
2. İfadənin $x + 1$ -ə bölündüyünü yazmaq...**3 bal**
3. İfadəni vuruqlara ayırmaq: $(x + 1)(2x^2 - 5x + 1)$..**4 bal**
4. Kvadrat tənliyi həll edib kökləri tapmaq..**2 bal**

Sual 2. Bütün mümkün $\boldsymbol{n}$ natural ədədlərini tapın ki: $\boldsymbol{3n-4}$, $\boldsymbol{4n-5}$, $\boldsymbol{5n-3}$ ədədlərinin hər biri sadə ədəd olsun.

I Həll: Bu üç sadə ədədin cəminə nəzər salaq: $3n-4+4n-5+5n-3=12n-12$
Bu cəm $12n-12$ -dir və bu da cüt ədəddir. 3 ədədin cəmi cüt olarsa onda bu ədədlərdən ən azı biri cüt olmalıdır. Həm sadə ədəd olan həm də cüt olan yeganə ədəd 2-dir. Ona görə də bu 3 sadə ədəddən hökmən ən azı biri 2-dir. $4n-5$ hər zaman tək olduğundan yalnız iki hala baxmaq kifayətdir.

- $3n-4=2 \quad => n=2$
- $5n-3=2 \quad => n=1$

$n=1$ üçün ilk iki ədədimiz mənfi olduğundan yeganə doğru cavab $\boldsymbol{n=2}$

Yoxlama: $n=2$ olduqda: $3n-4=2$, $4n-5=3$, $5n-3=7$ olur və 2, 3, 7 ədədlərinin hər biri sadə ədəd olduğundan şərti ödəyir.

II Həll: Birinci və üçüncü ədədin cəminə nəzər salaq: $3n-4+5n-3=8n-7$

Bu cəm $8n-7$ -dir və bu da tək ədəddir. 2 ədədin cəmi tək olarsa onda bu ədədlərdən biri tək digəri cüt olmalıdır. Həm sadə ədəd olan həm də cüt olan yeganə ədəd 2-dir. Ona görə də bu 2 ədəddən biri 2-dir. iki hala baxaq

- $3n-4=2 \quad => n=2$
- $5n-3=2 \quad => n=1$

$n=1$ üçün ilk iki ədədimiz mənfi olduğundan yeganə doğru cavab $\boldsymbol{n=2}$

Yoxlama: $n=2$ olduqda: $3n-4=2$, $4n-5=3$, $5n-3=7$ olur və 2, 3, 7 ədədlərinin hər biri sadə ədəd olduğundan şərti ödəyir.

III Həll: $3n-4$ ədədinə nəzər salaq: Əgər n ədədi cüt olarsa, onda $3n$ ədədi də cüt olar, və eyni qayda ilə $3n-4$ ədədi də cüt olar. Cüt olan yeganə sadə ədəd 2-dir. Deməli n cüt olarsa yeganə mümkün hal $3n-4=2$ olmasıdır. Buradan da $n=2$ alırıq. Digər 2 ədəddə də $n=2$ əvəzləməsi etsək $4n-5=4*2-5=3$ və $5n-3=5*2-3=7$ hər biri sadə olar. İndi isə n-in tək qiymətlərinə baxaq. n tək olarsa, $5n$ ədədi də hər zaman tək olar, onda $5n-3$ ədədi cüt ədəd olar. Cüt olan yeganə sadə ədəd 2-dir. Deməli n tək olarsa yeganə mümkün hal $5n-3=2$ olmasıdır. Buradan da $n=1$ alırıq amma $n=1$ dəyəri ilk iki ədədi mənfi etdiyində şərti ödəmir.

Yoxlama: $n=2$ olduqda: $3n-4=2$, $4n-5=3$, $5n-3=7$ olur və 2, 3, 7 ədədlərinin hər biri sadə ədəd olduğundan şərti ödəyir.

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 2 – I Həll

1. Verilmiş 3 sadə ədədin cəmini yazmaq: cəm $= 12n - 12$**...2 bal**
2. Cəmin cüt olduğunu yazmaq.................**...1 bal**
3. Cəmin cüt olmasından ən azı bir ədədin cüt olması gərəkdiyini yazmaq**........................3 bal**
4. Ədədin cüt sadə olması üçün həmin ədədin 2 olması gərəkdiyini yazmaq**.....................1 bal**
5. $4n - 5$ -in cüt ola bilməyəcəyini yazmaq**..1 bal**
6. $3n - 4$ -ün cüt olma halını araşdırmaq....**...1 bal**
7. $5n - 3$ -ün cüt olma halını araşdırmaq**...1 bal**

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 2 – II Həll

1. Birinci və üçüncü sadə ədədin cəmini yazmaq: cəm $= 8n - 7$**..3 bal**
2. Cəmin tək olduğunu yazmaq.................**...1 bal**
3. Cəmin tək olmasından bir ədədin cüt olması gərəkdiyini yazmaq**.................................3 bal**
4. Ədədin cüt sadə olması üçün həmin ədədin 2 olması gərəkdiyini yazmaq**.....................1 bal**
5. $3n - 4$ -ün cüt olma halını araşdırmaq....**...1 bal**
6. $5n - 3$ -ün cüt olma halını araşdırmaq**...1 bal**

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 2 – III Həll

1. n cüt olarsa $3n - 4$ -ün hər zaman cüt olacağını yazmaq**..4 bal**
2. $3n - 4 = 2$ halını tam araşdırmaq**...1 bal**
3. n tək olarsa $5n - 3$ -ün hər zaman cüt olacağını yazmaq**..4 bal**
4. $5n - 3 = 2$ halını tam araşdırmaq**...1 bal**

Sual 3. $\boldsymbol{n}$ **-in hansı tam qiymətlərində** $\dfrac{\boldsymbol{2n^3+5n^2-3n+8}}{\boldsymbol{n-1}}$ **ifadəsinin qiyməti tam ədəd olar**?

Həll:

Kəsrin surətindəki ifadəni çubuqlu bölmə vəya sadəcə səmərəli şəkildə yazaraq kəsrin məxrəcindəki ifadəyə bölünməsindən alınan qalığa baxaq:

$$\frac{2n^3\ +\ 5n^2\ -\ 3n\ +\ 8}{n\ -\ 1}=\frac{2n^3-\ 2n^2+7n^2\ -\ 3n\ +\ 8}{n\ -\ 1}=\frac{2n^3-\ 2n^2+7n^2\ -\ 7n+4n\ +\ 8}{n\ -\ 1}$$

$$=\frac{2n^3-\ 2n^2+7n^2\ -\ 7n+4n-4+\ 12}{n\ -\ 1}$$

$$=\frac{2n^2(n-1)+7n(n-1)\ +4(n-1)\ +\ 12}{n\ -\ 1}=2n^2+7n+4+\frac{12}{n-1}$$

Son ifadəyə fikir versək görərik ki, həmin ifadənin tam ədəd olması üçün yalnız kəsr şəklində göstərilən hissə tam olmalıdır. Buna görə də $\frac{12}{n-1}$ tam ədəd olmalıdır. Bunun üçün isə $n-1$ 12-nin tam bölənləri olmalıdır. $n-1=\pm1,\pm2,\pm3,\pm4,\pm6,\pm12$

Cavab: $\boldsymbol{n=-11,-5,-3,-2,-1,0,2,3,4,5,7,13}$

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 3

1. Çubuqlu bölmə və ya səmərəli parçalama tətbiq edərək $2n^2+7n+4+\frac{12}{n-1}$-i yazmaq........**6 bal**
2. $2n^2+7n+4$ **-**ün hər zaman tam olacağını yazmaq**..0 bal**
3. Verilmiş kəsrin tam olması üçün mütləq $\frac{12}{n-1}$ -in tam olması gərəkdiyini yazmaq**..................1 bal**
4. $n-1$ -in 12-nin tam bölənləri olması gərəkdiyini yazmaq**..1 bal**
5. $n-1$ -in 12-nin müsbət tam bölənləri olma hallarını araşdırmaq**..1 bal**
6. $n-1$ -in 12-nin mənfi tam bölənləri olma hallarını araşdırmaq**..1 bal**

Sual 4. p **və** q **sadə ədədlərdir. Hər bir tənliyi ayrı-ayrı həll edin:**

$\boldsymbol{a)}\ \boldsymbol{p^2 - 2q^2 = 1}$ $\boldsymbol{b)}\ \boldsymbol{p^2 - 4q^2 = 1}$

Həll:

a) $p^2 - 2q^2 = 1$ tənliyində kiçik yerdəyişmə edək:

$$p^2 - 1 = 2q^2$$
$$(p-1)(p+1) = 2q^2$$

$p = 2$ olduqda $2^2 - 1 = 3 = 2q^2$ olar, lakin bunu ödəyən q sadə(/tam) ədədi yoxdur.
$p \neq 2$ olduqda isə p sadə olduğu üçün hər zaman tək olar, buna görə də həm $p - 1$ həm də $p + 1$ cüt ədəd olar. Onda $(p-1)(p+1)$ hasili 4-ə bölünər. Onda bərabərliyin sağındakı ifadə də 4-ə bölünməlidir, yəni $2q^2$ -da 4-ə bölünməlidir. Bunun üçün isə q hökmən cüt olmalıdır. Həm sadə, həm də cüt olan yeganə ədəd 2 olduğundan $q = 2$ olar. Yerinə qoysaq:

$$p^2 - 1 = 2 * 2^2 = 8 \quad => p^2 = 9 \quad => p = 3$$

Cavab: $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}) = (\boldsymbol{3}, \boldsymbol{2})$

b) $p^2 - 4q^2 = 1$ tənliyində kiçik yerdəyişmə edək:

$$p^2 - (2q)^2 = 1$$
$$(p-2q)(p+2q) = 1$$

p və $2q$ hər biri tam ədəd olduğundan onların fərqi də, cəmi də tam ədəd olar. Deməli həm $p - 2q$, həm də $p + 2q$ hər biri tam ədəddir. Sol tərəfdə bu iki tam ədədin hasili var, sağda isə 1, iki tam ədədin hasili 1-dirsə onda mütləq onlar ya hər ikisi 1, ya da hər ikisi -1 olmalıdır, lakin bu iki vuruq mənfi ola bilmədiyinə görə deməli hər biri 1-ə bərabərdir.

$$p - 2q = 1 \qquad və \qquad p + 2q = 1$$

Bu iki tənliyi tərəf tərəfə toplasaq: $2p = 2 \quad => \quad p = 1$ alarıq və bu da ziddiyyətdir, çünki $p = 1$ sadə ədəd deyildir.

Cavab: Bu şərti ödəyən $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$ **sadə ədədlər cütü yoxdur!**

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 4

a) variantı – 7 bal

1. Tənliyi $(p-1)(p+1) = 2q^2$ formada yazmaq...**2 bal**
2. $p - 1$ və $p + 1$ -in hər birinin cüt olmasını yazmaq.......................................**1 bal**
3. $(p-1)(p+1)$ hasilinin 4-ə bölündüyünü yazmaq..**1 bal**
4. $2q^2$-nın da 4-ə bölünməsi gərəkdiyini yazmaq..**2 bal**
5. $q = 2$ olmasını tapmaq və p -ni tapmaq..**1 bal**

b) variantı – 3 bal

1. Tənliyi $(p-2q)(p+2q) = 1$ formada yazmaq...**1 bal**
2. $p - 2q$ və $p + 2q$ -nin hər birinin -1 ola bilməyəcəyini yazmaq.........................**0 bal**
3. $p - 2q$ və $p + 2q$ -nin hər birinin 1 olması gərəkdiyini yazmaq.........................**1 bal**
4. $p - 2q = 1$ və $p + 2q = 1$ sistem tənliyini həll edib bitirmək..........................**1 bal**

Sual 5. x və y natural ədələrdir. Həll edin: $4^x + 65 = y^2$

Həll:

Tənliyi aşağıdakı kimi yenidən yazaq:

$$y^2 - 4^x = 65$$
$$(y - 2^x)(y + 2^x) = 65 \quad \textbf{(1)}$$

x və y natural ədələr olduğu üçün $y - 2^x$ və $y+2^x$ ədədləri tam ədədlərdir.
Aydındır ki, $y+2^x$ müsbət ədəddir, onda $y - 2^x = \frac{65}{y+2^x}$ ədədidə müsbət olmalıdır.
Deməli **(1)** bərabərliyi 65 ədədinin müsbət tam (natural) ədədlərin hasili kimi yazılışıdır.
65 ədədini müsbət tam ədədlərin hasili kimi 2 yolla yazmaq olar:

$$65 = 1 \times 65 = 5 \times 13$$

$y - 2^x < y + 2^x$ olduğu üçün $\begin{cases} y - 2^x = 1 \\ y + 2^x = 65 \end{cases}$ və ya $\begin{cases} y - 2^x = 5 \\ y + 2^x = 13 \end{cases}$

i. $\begin{cases} y - 2^x = 1 \\ y + 2^x = 65 \end{cases}$

Toplama üsulu ilə həll etsək:

$$2y = 66$$
$$y = 33$$

İkinci tənlikdə yazsaq:

$$2^x = 65 - y = 65 - 33 = 32 = 2^5$$

Deməli:

$$x = 5$$

Cavab: $(x, y) = (5,33)$

ii. $\begin{cases} y - 2^x = 5 \\ y + 2^x = 13 \end{cases}$

Toplama üsulu ilə həll etsək:

$$2y = 18$$
$$y = 9$$

İkinci tənlikdə yazsaq:

$$2^x = 13 - y = 13 - 9 = 4 = 2^2$$

Deməli:

$$x = 2$$

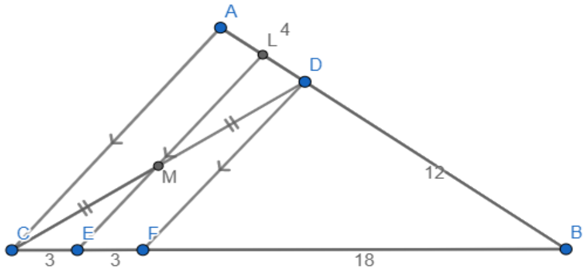
Cavab: $(x, y) = (2,9)$

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 5

1. Tənliyi $(y - 2^x)(y + 2^x) = 65$ şəklində yazmaq...**3 bal**
2. $y - 2^x$ və $y+2^x$ ədədlərinin müsbət tam ədədlər olduğunu göstərmək................**1 bal**
3. 65 ədədinin natural ədədlərin hasili kimi 2 yolla göstərilə biləcəyindən istifadə edib $\begin{cases} y - 2^x = 1 \\ y + 2^x = 65 \end{cases}$ və $\begin{cases} y - 2^x = 5 \\ y + 2^x = 13 \end{cases}$ sistem tənliklərini yazmaq.................................**2 bal**
4. 1-ci sistem tənliyi həll etmək..**2 bal**
5. 2-ci sistem tənliyi həll etmək..**2 bal**

Qeyd: Həll üsulu göstərilmədən hər iki cavabın tapılması: 1 bal
Cavablardan yalnız birinin qeyd olunması: 0 bal

Sual 6. ABC **üçbucağında** $AD = 4\ sm$,
$DB = 12\ sm,\ CE = 3\ sm,\ EB = 21\ sm$
və $CM = MD$ **olarsa,** $\frac{AL}{LD} = ?$



Həll:

BC tərəfi üzərində $DF \parallel LE$ olacaq şəkildə F nöqtəsi seçək. $CM = MC$ və $ME \parallel DF$ olduğu üçün ME parçası ΔCDF —ın orta xəttidir. Onda $EF = CE = 3\ sm$, $CF = CE + EF = 6\ sm$ və $BF = BE - FE = 21 - 3 = 18\ sm$ olar. Onda

$$\frac{BF}{FC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{AD}{BD}$$

Olduğu üçün Tales teoreminə görə

$$DF \parallel AC$$

olduğunu taparıq

Digər tərəfdən $DF \parallel LE$ olduğu üçün alırıq ki,

$$AC \parallel LE$$

Və ya

$$AC \parallel ML$$

olar.

ΔDCA —da $CM = MD$ və $AC \parallel ML$ olduğu üçün LM parçası orta xəttir və $AL = LD$ və ya $\frac{AL}{LD} = \mathbf{1.}$

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 6

1. $DF \parallel LE$ olacaq şəkildə F nöqtəsini seçmək..**2 bal**
2. ME parçasının ΔCDF —ın orta xətti olmasından istifadə edərək $CF = 6\ sm$ olduğunu tapmaq..**2 bal**
3. Tales teoremindən istifadə edərək $DF \parallel AC$ olduğunu göstərmək...............................**3 bal**
4. $AC \parallel LE$ və ya $AC \parallel ML$ olduğunu göstərmək...**1 bal**
5. LM parçasının orta xətt olmasından istifadə edərək $AL = LD$ və ya $\frac{AL}{LD} = 1$ olduğunu göstərmək...**2 bal**

Sual 7. $\boldsymbol{n}$ **öncədən təyin olunmuş natural ədədlərdir.** $\boldsymbol{\partial KOB(a,b) = \partial KOB(b,c) = \partial KOB(c,a) = 2^n}$ **bərabərliyini ödəyən bütün natural** $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})$ **üçlüklərinin sayını tapın. (Cavabı** $\boldsymbol{n}$ **-dən asılı olaraq ifadə edin)**

Həll:

$\partial KOB(a,b) = \partial KOB(b,c) = \partial KOB(a,c) = 2^n$ olduğu üçün a, b və c ədədlərinin hər biri 2^n ədədinin natural bölənidir. 2^n ədədinin natural bölənləri $\{1 = 2^0, 2, \dots, 2^n\}$ olduğu üçün deyə bilərik ki, $a\,\epsilon\,\{2^0, 2, \dots, 2^n\}$, $b\,\epsilon\,\{2^0, 2, \dots, 2^n\}$ və $c\,\epsilon\,\{2^0, 2, \dots, 2^n\}$. Deməli elə x, y və z mənfi olmayan tam ədədləri var ki:

$$a = 2^x, b = 2^y, c = 2^z$$

Ümumiliyi pozmadan fərz edək ki, $a \le b \le c$. Aydındır ki, $x \le y \le z$ olar.
Onda:

$$2^n = \partial KOB(a,b) = \partial KOB(2^x, 2^y) = 2^y$$
$$2^n = \partial KOB(b,c) = \partial KOB(2^y, 2^z) = 2^z$$
$$2^n = \partial KOB(a,c) = \partial KOB(2^y, 2^z) = 2^z$$

Bu bərabərliklərdən alarıq ki: $y = z = n$

$y = z = n$ olarsa, x –ın ala biləcəyi $n + 1$ fərqli qiymət var: $x\epsilon\{0,1, \dots, n\}$.Çünki, $x \le y = n$ olmalıdır.

Onda şərtə uyğun (a, b, c) üçlükləri aşağıdakı kimi olar:

$$(2^0, 2^n, 2^n)$$
$$(2^1, 2^n, 2^n)$$
$$(2^2, 2^n, 2^n)$$
$$\dots$$
$$(2^{n-1}, 2^n, 2^n)$$

n+1 sayda

və

$$(2^n, 2^n, 2^n)$$

Simmetrik olaraq

$$(2^n, 2^0, 2^n)$$
$$(2^n, 2^1, 2^n)$$
$$(2^n, 2^2, 2^n)$$
$$\dots$$
$$(2^n, 2^{n-1}, 2^n)$$

n sayda

Və

$$(2^n, 2^n, 2^0)$$
$$(2^n, 2^n, 2^1)$$
$$(2^n, 2^n, 2^2)$$
$$\dots$$
$$(2^n, 2^n, 2^{n-1})$$

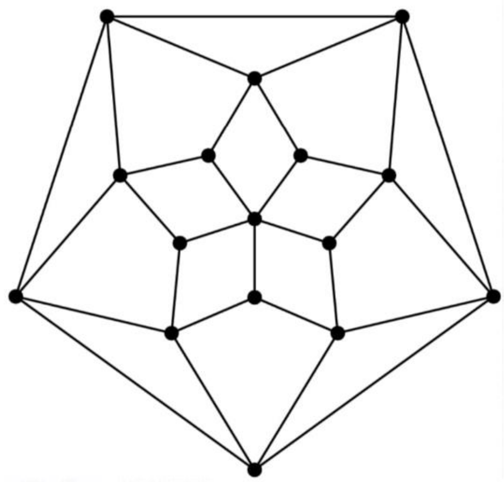
n sayda

Üçlüklərdə şərti ödəyər.Deməli şərtə uyğun $3n + 1$ sayda (a, b, c) natural ədədlər üçlüyü var.

Qiymətləndirmə Meyarı - Sual 7

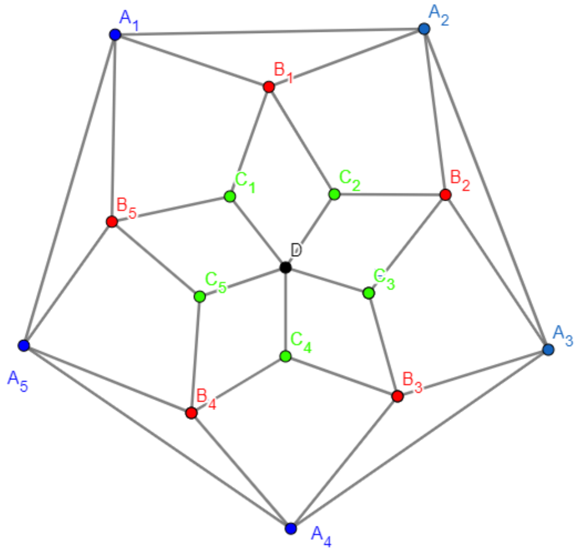
1. $a = 2^x, b = 2^y, c = 2^z$ əvəzləməsini etmək -----------------3 bal
2. $a \le b \le c$ fərz edərək $y = z = n$ olduğunu tapmaq -------- 4 bal
3. $y = z = n$ olarsa x –ın ala biləcəyi qiymətlərin sayını tapmaq----- 2 bal
4. Simmetrikliyi nəzərə alıb bütün üçlüklərin sayını tapmaq ----1 bal

Sual 8. Şəkildəki fiqurda qara nöqtələr ilə 16 təpə nöqtəsi verilib və bu 16 təpə nöqtəsinin hər birində 1 şagird dayanıb. Şagirdlərə 3360 ədəd qəpik hər hansı şəkildə paylanıb. Şagirdlərin hər biri eyni anda özündə olan qəpikəri qonşuları arasında bərabər böləcək şəkildə paylayır. Bu prosesin sonunda heç bir şagirdin qəpiklərinin sayı dəyişmir. Ən mərkəzdə yerləşən şagirddə neçə qəpik var? *(Hər bir şagirdin qonşusu həmin şagirdin yerləşdiyi təpə nöqtəsinə bir xətlə bitişik olan təpə nöqtələrindəki şagirdlərdir)*



Həll:

Əvvəlcə şəkildəki nöqtələri aşağıdakı kimi adlandıraq və hər bir nöqtədəki şagirdin qəpiklərinin sayını həmin nöqtənin adı ilə işarə edək.



A_1 nöqtəsindəki şagirdin prosesdən əvvəl və sonra qəpiklərinin sayını müqayisə etsək aşağıdakı bərabərliyi alarıq:

$$A_1 = \frac{B_1 + B_5 + A_2 + A_5}{4}$$

Burada bərabərliyin sol tərəfi A_1 nöqtəsindəki şagirdin prossesdən əvvəlki qəpiklərinin sayını sağ tərəfi isə prosses zamanı qonşularının ona verdiyi qəpiklərin sayını-yəni, prossesdən sonra sahib olduğu qəpiklərin sayını göstərir. Eyni qayda ilə digər mavi nöqtələr üçün aşağıdakı bərabərlikləri yaza bilərik:

$$A_1 = \frac{B_1 + B_5 + A_2 + A_5}{4} \qquad A_2 = \frac{B_1 + B_2 + A_1 + A_3}{4} \qquad A_3 = \frac{B_2 + B_3 + A_2 + A_4}{4}$$

$$A_4 = \frac{B_3 + B_4 + A_3 + A_5}{4} \qquad A_5 = \frac{B_4 + B_5 + A_4 + A_1}{4}$$

Bu tənlikləri tərəf-tərəfə toplasaq:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = \frac{2(A_1+A_2+A_3+A_4+A_5)+2(B_1+B_2+B_3+B_4+B_5)}{4} \qquad \textbf{(1)}$$

Eyni qayda ilə qırmızı rəngli nöqtələr üçün yazsaq:

$$B_1 = \frac{A_1 + A_2}{4} + \frac{C_1 + C_2}{3} \qquad B_2 = \frac{A_2 + A_3}{4} + \frac{C_2 + C_3}{3} \qquad B_3 = \frac{A_3 + A_4}{4} + \frac{C_3 + C_4}{3}$$

$$B_4 = \frac{A_4 + A_5}{4} + \frac{C_4 + C_5}{3} \qquad B_5 = \frac{A_5 + A_1}{4} + \frac{C_5 + C_1}{3}$$

Bu tənlikləri tərəf-tərəfə toplasaq:

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 = \frac{2(A_1+A_2+A_3+A_4+A_5)}{4} + \frac{2(C_1+C_2+C_3+C_4+C_5)}{3} \qquad \textbf{(2)}$$

Yaşıl rəngli nöqtələr üçün:

$C_1 = \frac{B_1 + B_5}{4} + \frac{D}{5}$ $C_2 = \frac{B_2 + B_1}{4} + \frac{D}{5}$ $C_3 = \frac{B_3 + B_2}{4} + \frac{D}{5}$

$C_4 = \frac{B_4 + B_3}{4} + \frac{D}{5}$ $C_5 = \frac{B_5 + B_4}{4} + \frac{D}{5}$

Bu tənlikləri tərəf-tərəfə toplasaq:

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = \frac{2(B_1+B_2+B_3+B_4+B_5)}{4} + D \qquad \textbf{(3)}$$

Mərkəzdəki D nöqtəsi üçün:

$$D = \frac{C_1+C_2+C_3+C_4+C_5}{3} \qquad \textbf{(4)}$$

Nəticə olaraq yuxarıdakı nömrələnmiş 4 tənliyi alarıq.
İndi isə həmin tənliklərdə aşağıdakı dəyişiklikləri edək:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$
$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5$$
$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5$$

Onda həmin 4 tənlik aşağıdakı kimi olar:

$A = \frac{2A + 2B}{4}$ $B = \frac{2A}{4} + \frac{2C}{3}$ $C = \frac{2B}{4} + D$ $D = \frac{C}{3}$

4-cü tənlikdən: $C = 3D$

3-cü tənlikdən: $2B = 4(C - D) = 4(3D - D) = 8D \quad => B = 4D$

1-ci tənlikdən: $A = B = 4D$

Onda: $A + B + C + D = 4D + 4D + 3D + D = 12D$

$A + B + C + D$ şagirdlərin qəpiklərinin ümumi sayı olduğu üçün şərtə əsasən:

$$A + B + C + D = 3360$$
$$12D = 3360$$
D=280

Deməli ilk başlanğıcda mərkəzdəki şagirddə 280 qəpik var idi.

Qiymətləndirmə Meyarı – Sual 8

1. Mavi nöqtələr üçün tənliyi yazmaq (1)..1 bal
2. Qırmızı nöqtələr üçün tənliyi yazmaq (2)..1 bal
3. Yaşıl nöqtələr üçün tənliyi yazmaq (3)..1 bal
4. D nöqtəsi üçün tənliyi yazmaq (4)..1 bal
5. Tənlikləri sadələşdirmək və digər dəyişənləri D ilə ifadə etmək.. ....3 bal
6. Qəpiklərin ümumi sayından istifadə edərək $12D = 3360$ və D=280 tapmaq...................3 bal