8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Tur
06 Oktyabr 2024

1) y həqiqi ədədi üçün $y^2 - y = 5$ ödənərsə, $\frac{25+y^4}{y^2}$ =?

Həlli:

$$y^2 - y = 5 \quad <=> \quad y^2 - 5 = y \quad <=> \quad y - \frac{5}{y} = 1 \quad <=> \left(y - \frac{5}{y}\right)^2 = 1^2$$

$$<=> y^2 + \frac{25}{y^2} - 2 \cdot y \cdot \frac{5}{y} = 1 \quad <=> y^2 + \frac{25}{y^2} - 10 = 1 <=> \frac{25 + y^4}{y^2} = 11$$

2) n -in hansı tam qiymətlərində $\frac{3n^3 - 2n^2 + 7n - 4}{n+3}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəd olar?

Həlli:

Surətdəki çoxhədlinin içərisindən $n + 3$ vuruqları çıxarmağa çalışaq:

$$\frac{3n^3 - 2n^2 + 7n - 4}{n+3} = \frac{3n^3 + 9n^2 - 11n^2 + 7n - 4}{n+3} = \frac{3n^3 + 9n^2 - 11n^2 - 33n + 40n - 4}{n+3} =$$

$$\frac{3n^3 + 9n^2 - 11n^2 - 33n + 40n + 120 - 124}{n+3} = \frac{3n^2(n+3) - 11n(n+3) + 40(n+3) - 124}{n+3} = 3n^2 - 11n + 40 - \frac{124}{n+3}$$

alınar.

Deməli $n + 3$ ədədi 124-ün tam böləni olmalıdır. Onda $n + 3 = \pm1, \pm2, \pm4, \pm31, \pm62, \pm124$

olmalıdır. Cavab: $n = \{-127, -65, -34, -7, -5, -4, -2, -1,\ 1,\ 28,\ 59,\ 121\}$

3) Bütün (x, y) həqiqi ədədlərini tapın ki, sistem tənliyi ödəsin. $\begin{cases} x^3 + y^3 = 341 \\ x^2y + xy^2 = 330 \end{cases}$

Həlli:

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3 \cdot (x^2y + xy^2) = 341 + 3 \cdot 330 = 1331 = 11^3 \quad => \quad x + y = 11$$

$$330 = x^2y + xy^2 = xy \cdot (x + y) = xy \cdot 11 \quad => \quad xy = 30$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 11^2 - 4 \cdot 30 = 1 \quad => x - y = \pm1$$

$x + y = 11$ və $x - y = \pm 1$ tərəf tərəfə toplasaq: 2x = 12 və 2x = 10 => (x,y)=(6,5) və (5,6)

4) İsbat edin ki aşağıdakı tənliyin natural ədədlərdə həlli yoxdur:

$$a^2 + b^2 = 8c + 6$$

Həlli:

sağ tərəf həmişə cüt olduğundan $a^2 + b^2$ da həmişə cüt olmalıdır. Deməli a və b ya hər ikisi cüt, ya da hər ikisi tək olmalıdır.

1-ci Hal - a və b hər ikisi CÜT olarsa:

$a = 2m, b = 2n$ əvəzetməsi edək: $4m^2 + 4n^2 = 8c + 6$ alınar. Bunun isə həlli yoxdur, çünki, sol tərəf 4-ə bölünsə də, sağ tərəfdəki $8c + 6$ ədədi 4-ə bölünmür.

2-ci Hal – a və b hər ikisi TƏK olarsa:

$a = 2m + 1, b = 2n + 1$ əvəzetməsi edək: $4m^2 + 4m + 1 + 4n^2 + 4n + 1 = 8c + 6$ alınar. Sadələşdirmə edək: $4m^2 + 4m + 4n^2 + 4n = 8c + 4$ alarıq. İndi də hər tərəfi 4-ə bölək:

$$m^2 + m + n^2 + n = 2c + 1 \quad <=> m(m + 1) + n(n + 1) = 2c + 1$$

2 ardıcıl ədəddən biri cüt olduğundan onda 2 ardıcıl ədədin hasili də cüt olar, deməli, $m(m + 1)$ və $n(n + 1)$ ədədlərinin hər biri CÜT olar, onda onların cəmi də - yəni SOL tərəf də CÜT olar, lakin sağ tərəfdəki $2c + 1$ ifadəsi isə həmişə TƏK-dir.

Deməli tənliyin həlli yoxdur!

5) m –in hansı natural qiymətində $9^m - 161$ ədədi hər hansı natural ədədin kvadratı olar?

Həlli:

$$9^m - 161 = n^2 \quad <=> \quad (3^m)^2 - n^2 = 161$$
$$(3^m - n)(3^m + n) = 1 \cdot 161 = 7 \cdot 23$$

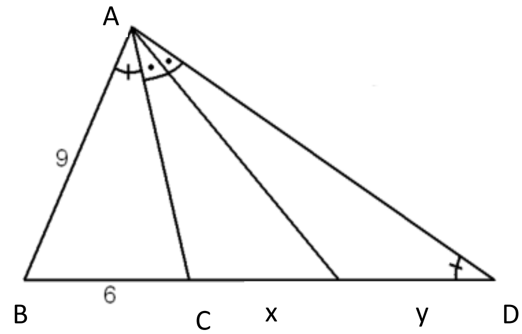
m və n natural ədədlər olduğundan və $3^m > n$ olduğundan mötərizədəki vuruqların hər biri müsbət olacaq və həmçinin birinci vuruq ikinci vuruqdan kiçik olacaq. Deməli 2 hal qalır.

1) $3^m - n = 1$ və $3^m + n = 161$ tərəf-tərəfə toplasaq: $2 \cdot 3^m = 162 \quad <=> 3^m = 81 \quad <=> \quad m = 4, \quad n = 80$

2) $3^m - n = 7$ və $3^m + n = 23$ tərəf-tərəfə toplasaq: $2 \cdot 3^m = 30 \quad <=> 3^m = 15$ belə m yoxdur.

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Tur
06 Oktyabr 2024

6) Şəkilə görə $x + y =?$



Həlli:

Nöqtələri şəkildəki kimi adlandıraq:

$\angle BAC = \angle BDA$ və $\angle ABC = \angle DBA$

olduğundan BB Oxşarlıq xassəsinə görə: $\Delta BAC \sim \Delta BDA$ olar. Tərəf nisbətlərini yazaq:

$$\frac{BA}{BD} = \frac{BC}{BA} \;=>\; BD = \frac{BA^2}{BC} = \frac{9^2}{6} = 13.5 \quad => x + y = CD = BD - BC = 13.5 - 6 = 7.5$$

7) Tənliyi həqiqi ədədlərdə həll edin: $x(x+1)(x+2)(x+3) = 35$

Həlli:

$$x(x+3) \cdot (x+1)(x+2) = (x^2 + 3x) \cdot (x^2 + 3x + 2) = 35$$

$x^2 + 3x = a$ əvəzetməsi edək: $a(a+2) = 35 \quad => \quad a^2 + 2a - 35 = 0 \quad =>$
$(a+7)(a-5) = 0 \quad => a = -7$ və $a = 5$

1-ci Hal: $a = x^2 + 3x = -7 \quad => x^2 + 3x + 7 = 0 \quad => \Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = -19$
Diskriminant 0-dan kiçik olduğundan həqiqi həll yoxdur.

2-ci Hal: $a = x^2 + 3x = 5 \quad => x^2 + 3x - 5 = 0 \quad => \Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 29$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

Cavab: Yalnız 2 həqiq həll var: $x_1 = \frac{-3+\sqrt{29}}{2}$ və $x_2 = \frac{-3-\sqrt{29}}{2}$

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Tur
06 Oktyabr 2024

8) Masanın üzərindəki 20 ədəd stəkanın 7-si ağzı yuxarı, 13-ü isə ağzı aşağıdır. Ramal hər gedişdə istədiyi **dörd** ədəd stəkanı seçir və onların vəziyyətini tərs dəyişir (ağzı aşağı stəkanları ağzı yuxarı edir, ağzı yuxarı stəkanları isə ağzı aşağı edir). Ramal ən çoxu 100 belə gediş edərək masadakı bütün stəkanları ağzı aşağı edə bilərmi? (Cavabınızı isbatlayın!)

Həlli:

Üzərində gediş edilən 4 stəkanın növlərinə görə 5 mövcud halı var və bu halların hər biri üzrə ağzı yuxarı (və ya eyni qayda ilə ağzı aşağı) stəkanların ümumi sayının necə dəyişdiyinə baxaq:

y ilə yuxarı, a ilə aşağının bildirək, deməli 4 stəkanın (4y-0a, 3y-1a, 2y-2a, 1y-3a və 0y-4a) kimi halları mövcuddur.

1) 4 y – 0 a: Onda ağzı yuxarı stəkanların sayı (4 - 0 = 4) **4** vahid azalacaq
2) 3 y – 1 a: Onda ağzı yuxarı stəkanların sayı (3 – 1 = 2) **2** vahid azalacaq
3) 2 y – 2 a: Onda ağzı yuxarı stəkanların sayı (2 – 2 = 0) sabit qalacaq
4) 1 y – 3 a: Onda ağzı yuxarı stəkanların sayı (1 – 3 =-2) **2** vahid artacaq
5) 0 y – 4 a: Onda ağzı yuxarı stəkanların ümumi sayı (0 – 4 = -4) **4** vahid artacaq

Deməli, istənilən gedişin nəticəsində ağzı yuxarı stəkanların sayı: 4 vahid azala, 2 vahid azala, sabit qala, 2 vahid arta və ya 4 vahid arta bilər. Bu da o deməkdir ki, ağzı yuxarı stəkanların sayı tək idisə həmişə tək qalacaq, cüt idisə də həmişə cüt qalacaq. Deməli, başdakı ağzı yuxarı stəkanların sayı 7, yəni tək ədəd olduğundan bu gedişlər sonrası heçvaxt 0, yəni cüt ədəd ola bilməz. Cavab: Xeyr Ramal bunu edə bilməz.

Qeyd. Burada gediş sayının əhəmiyyəti yoxdur, yəni, Ramal sonsuz sayda gediş etsə də buna nail ola bilməyəcək.