Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi

ARTİ
Azərbaycan Respublikasının Təhsil İnstitutu

MÜTDA
Məktəbəqədər və Ümumi Təhsil üzrə Dövlət Agentliyi

birbank

RFO
RESPUBLİKA FƏNN OLİMPİADALARI

Ad ____________________ Soyad ____________________

10-11
RİYAZİYYAT
YUXARI YAŞ QRUPU
RUS BÖLMƏSİ

- İmtahan müddəti 180 dəqiqədir.
- Hər səhv cavab öz dəyərinin 1/4 - ni aparır.
- 1-10-cu suallar 3, 11-20-ci suallar 4, 21-30-cu suallar 5 balla qiymətləndirilir.
- Nəzarətçilərə cavab kağızları və buraxılış vərəqələri təqdim olunur.
- Sual kitabçasında hər hansı texniki qüsur aşkarlandığı və kitabçanın şagirdin məlumatlarına uyğun olmadığı halda (fənn, bölmə, sinif) imtahandan əvvəl mütləq otaq nəzarətçisinə bildirilməlidir.
- Yarımfinal turunun nəticələrini 04.03.2025-ci il tarixindən etibarən portal.edu.az platformasında şəxsi kabinetinizdən və təhsil aldığınız ümumtəhsil müəssisəsindən öyrənə bilərsiniz.

Uğurlar!

RFO – II тур – Математика, старшая возрастная группа

1. У двух разных авторов 3 и 5 книг соответственно. Скольками разными способами можно расположить все книги на полке, если книги у автора трех книг расположить друг за другом?
   A) 120
   B) 240
   C) 360
   D) 720
   E) 480

2. Найдите сумму всех решений уравнения $5^{x^3-17x^2+20x-3} = 15 \cdot 3^{-x}$.
   A) 13
   B) 15
   C) 17
   D) 19
   E) 20

3. Пусть p и q — простые числа. Известно, что один из корней уравнения $x^{2015} - px^{2014} + q = 0$ целое число. Найдите сумму $p + q$.
   A) 4
   B) 5
   C) 6
   D) 7
   E) 8

4. В треугольнике ABC точка H является основанием высоты, опущенной из вершины B на сторону AC. Точка O — центр описанной вокруг треугольника окружности. Пусть прямая HO проходит через середину отрезка BC, а также $BC = 20\sqrt{2},\ AC = 35$. Найдите длину отрезка AB.
   A) 20
   B) $20\sqrt{2}$
   C) 25
   D) 30
   E) 35

5. Найдите значение выражения $4^{\sqrt[3]{(\log_2 3)^2}} - 9^{\sqrt[3]{\log_3 2}}$.
   A) 0
   B) 1
   C) 2
   D) 3
   E) 4

6. x и y – положительные целые числа.
   $y \leq 2015$ и $(x^2 + x + 1)(x^2 + 3x + 3) = y^2 + y + 1$. Найдите наибольшее значение выражения $\frac{y}{2}$.
   A) 950
   B) 968
   C) 978
   D) 986
   E) 996

7. Книги одного автора пронумерованы числами от 1 до 7. Сколькими разными способами можно расположить их на полке так, чтобы книга под номером 2 находилась между книгами под номерами 1 и 3?
   A) 60
   B) 120
   C) 240
   D) 320
   E) 360

8. Сколько действительных решений имеет уравнение
   $4^x + 9^x + 49^x = 6^x + 14^x + 21^x$?
   A) 0
   B) 1
   C) 2
   D) 3
   E) 4

9. Вычислите значение выражения

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{9}}+\frac{1}{\cos\frac{\pi}{9}}\right)\sec\frac{2\pi}{9}$$

Примечание: $\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}$

A) 4
B) $4\sqrt{2}$
C) $7\sqrt{2}$
D) 8
E) $8\sqrt{2}$

10. Найдите наименьшее положительное целое число n, при котором числа n и $n+2015$ являются полными квадратами.

A) 256
B) 274
C) 289
D) 299
E) 312

11. Точка I – центр вписанной окружности в треугольник ABC. Окружность, проходящая через точки I и B, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. AC=10. Найдите сумму AM+CN.
   A) 10
   B) $10\sqrt{2}$
   C) 14
   D) 16
   E) 20

12. Найдите количество всех целых решений если известно, что $x_1 + x_2 + \cdots + x_7 = 15$ и для чисел $i = 1, 2, \ldots, 7$ удовлетворяется условие $1 \le x_i \le 3$.
   A) 256
   B) 307
   C) 357
   D) 421
   E) 468

13. Решение уравнения $x + 3^5 = 108\sqrt[4]{x}$ представлено в виде a^b при целых положительных числах a, b. Найдите сумму $a + b$.
   A) 7
   B) 8
   C) 9
   D) 10
   E) 11

14. Найдите сумму всех целых x решений, удовлетворяющих уравнению: $xy^2 - 2xy + 3y^2 + 2y - 8 = 0$.
   A) 4
   B) -8
   C) 9
   D) -9
   E) 12

15. В трапецию $ABCD$ вписана окружность, касающаяся оснований AD и BC в точках M и N соответственно. Если $AM = 9, MD = 12, BN = 4$, найдите длину отрезка NC.
   A) 3
   B) 4
   C) 8
   D) 9
   E) 12

16. Для чисел $x, y \in \mathbb{R}$ удовлетворяется условие $x^2 + y^2 = x + y + xy$.
   Найдите наибольшее значение выражения $x^2 + y^2$.
   A) $3\sqrt{2}$
   B) 6
   C) 7
   D) 8
   E) 9

17. Найдите количество всех трёхзначных чисел, у которых цифры могут являться длинами сторон треугольника.
   A) 316
   B) 363
   C) 380
   D) 410
   E) 455

18. x, y, z – целые положительные числа и удовлетворяют условию: $\sqrt{x + 2\sqrt{2015}} = \sqrt{y} + \sqrt{z}$. Найдите наименьшее возможное значение x.
   A) 80
   B) 96
   C) 104
   D) 116
   E) 112

19. ABC – равнобедренный треугольник. $\angle B = 120°$. Точка M выбрана на стороне AC так, что $\angle MBC = 30°$. Радиус окружности, вписанной в треугольник ABM равен $15 + 5\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник BMC .
A) 10
B) 12
C) 13
D) 15
E) 16

20. Найдите количество шестизначных чисел, которые делятся на 11, составлены из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 8, и у которых все цифры различны.
A) 36
B) 58
C) 64
D) 72
E) 84

21. Найдите сумму последних 24 цифр выражения:
$4 \cdot 6 \cdot (4!)^2 + 5 \cdot 7 \cdot (5!)^2 + \cdots + 50 \cdot 52 \cdot (50!)^2$.
A) 181
B) 189
C) 193
D) 195
E) 199

22. $ABCD$ – выпуклый четырехугольник. M – точка пересечения лучей CB и DA. $\angle ACB = \angle DBC = \angle BAM$, $CD = 6$ и $MB = BC$. Найдите длину отрезка AD.
A) $2\sqrt{3}$
B) $3\sqrt{2}$
C) 4
D) 5
E) 6

23. Сколькими разными способами можно разместить 10 различных фруктов на двух разных тарелках так, чтобы на каждой тарелке было не менее 3 фруктов?
   A) 480
   B) 512
   C) 720
   D) 912
   E) 1024

24. Найдите сумму чисел $p+q$, если действительное решение уравнения $\sqrt{x^2-4x+3}+7\sqrt{-x^2+6x-8}=7+\sqrt{x^3-10x^2+31x-30}$ выражается в виде $\frac{p}{q}$, где p и q – положительные целые числа и $\text{НОД}(p,q)=1$.
   A) 4
   B) 5
   C) 6
   D) 7
   E) 8

25. Сколькими разными способами можно разбить множество $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ на два непересекающихся подмножества (объединение, которых данное изначально множество) так, чтобы сумма чисел в каждом подмножестве была простым числом?
A) 16
B) 32
C) 56
D) 64
E) 48

26. x, y, z – положительные действительные числа.

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 27 \\ y^2 + yz + z^2 = 16 \\ z^2 + zx + x^2 = 43 \end{cases}$$

Найдите значение выражения $xy + yz + zx$.
A) 12
B) 16
C) 24
D) 28
E) 40

27. Предположим, что все вершины треугольника ABC находятся на параболе $y = x^2$. Известно, что сторона AB параллельна оси x. Кроме того, x координата точки C находится между x координатами точек A и B. Из вершины C проведена высота к стороне AB, точка H – основание этой высоты и $\tan \angle ACB = 0{,}01$. Найдите значение выражения $\frac{CH-1}{AB}$.
   A) 50
   B) 100
   C) 150
   D) 200
   E) 250

28. Два друга договорились встретиться в кафе в промежутке с 18:00 до 20:00. Если кто-то придет не позднее 19:30, он ждет 30 минут. Если кто-то придет позже 19:30, он ждет до 20:00. Найдите значение выражения 16p, если p — вероятность их встречи в кафе.
   A) 7
   B) 8
   C) 9
   D) 10
   E) 11

29. a, b – положительные целые числа. $ab - \sqrt{a^2 - b^2} = 53$. Найдите значение a.

A) 8
B) 9
C) 11
D) 13
E) 14

30. ABC – треугольник. $\angle A = 30°, BC = 5\sqrt{6} + 5\sqrt{2}$ и $AB > BC,\ AC > BC$.
Точки M и N выбраны на сторонах AB и AC соответственно так, что выполняется условие $MB = BC = CN$. Каково расстояние между серединами отрезков CM и BN?

A) 5
B) 6
C) $5\sqrt{3}$
D) $5\sqrt{6}$
E) $5\sqrt{2}$