

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

1) t həqiqi ədədi üçün $\sqrt{t} = 3 + \frac{1}{\sqrt{t}}$ doğru olarsa, $\frac{t^6 + 2t^3 + 1}{t^3} = ?$

2) a -nın hansı natural qiymətlərində $\frac{5a^5 - 2a^4 - 7a^3 + 6a^2 - a + 4}{a^2 - 2}$ ifadəsinin

qiyməti tam ədəd olar?

3) Bütün (x, y) həqiqi ədədlərini tapın ki, sistem tənliyi ödəsin.
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 2xy \\ x^3 + x^2y = y^2 \end{cases}$$

4) a və b natural ədədlər olarsa, tənliyi həll edin: $3^a = b^2 + 2025$

5) İsbat edin:

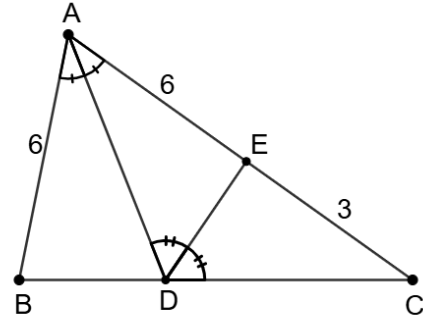
- a) Əgər p və $p^2 + 2$ ədədlərinin hər ikisi sadə ədəd olarsa, onda $p^3 + 2$ ədədi də sadə ədəd olar.
b) Əgər q və $8q - 1$ ədədlərinin hər ikisi sadə ədəd olarsa, onda $8q + 1$ ədədi mürəkkəb olar.

6) Tənliyi həqiqi ədədlərdə həll edin: $x^5 = 2x^2 + 9x + 6$

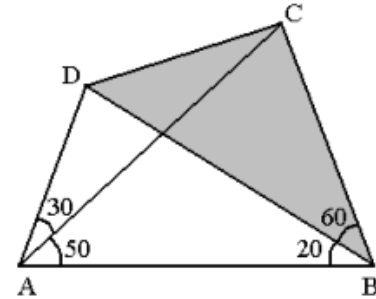
7) Şəkildə AD və DE tən böləndir.

$AB = AE = 6$, $EC = 3$ olarsa,

$\frac{AD}{DE} = ?$



8) Şəkildə $\angle DAC = 30^\circ$, $\angle CAB = 50^\circ$,
 $\angle ABD = 20^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$ və $AB = 12$ olarsa,
 $S_{BCD} = ?$



QEYD: İstənilən sual üzrə sizdən həllər tələb olunur, sadəcə düzgün cavabları qeyd etmək çox kiçik bəzən isə 0 bal ilə qiymətləndirilir. Hər bir sual üzrə TAM bal üçün həllərinizi aydın və izahlı şəkildə yazın!

Hər bir sual 10 bal dəyərinədir.

İmtahan müddəti 3 saatdır

UĞURLAR !!!

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

1. t həqiqi ədədi üçün $\sqrt{t} = 3 + \frac{1}{\sqrt{t}}$ doğru olarsa, $\frac{t^6 + 2t^3 + 1}{t^3} = ?$

Həlli:

$$\sqrt{t} = 3 + \frac{1}{\sqrt{t}} \iff \sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}} = 3 \iff \left(\sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}}\right)^2 = 3^2 \iff t + \frac{1}{t} - 2 = 9 \iff t + \frac{1}{t} = 11$$

$$\frac{t^6 + 2t^3 + 1}{t^3} = t^3 + \frac{1}{t^3} + 2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)\left(t^2 - t \cdot \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}\right) + 2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)\left(\left(t + \frac{1}{t}\right)^2 - 3t \cdot \frac{1}{t}\right) + 2 = 11 \cdot (11^2 - 3) + 2 = 1300$$

CAVAB: 1300

2. a -nın hansı natural qiymətlərində $\frac{5a^5 - 2a^4 - 7a^3 + 6a^2 - a + 4}{a^2 - 2}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəd olar?

Həlli:

$$\begin{aligned} \frac{5a^5 - 2a^4 - 7a^3 + 6a^2 - a + 4}{a^2 - 2} &= \frac{5a^5 - 10a^3 - 2a^4 + 3a^3 + 6a^2 - a + 4}{a^2 - 2} = \\ &= 5a^3 + \frac{-2a^4 + 3a^3 + 6a^2 - a + 4}{a^2 - 2} = 5a^3 + \frac{-2a^4 + 4a^2 + 3a^3 + 2a^2 - a + 4}{a^2 - 2} = \\ &= 5a^3 - 2a^2 + \frac{3a^3 + 2a^2 - a + 4}{a^2 - 2} = 5a^3 - 2a^2 + \frac{3a^3 - 6a + 2a^2 + 5a + 4}{a^2 - 2} = \\ &= 5a^3 - 2a^2 + 3a + \frac{2a^2 + 5a + 4}{a^2 - 2} = 5a^3 - 2a^2 + 3a + \frac{2a^2 - 4 + 5a + 8}{a^2 - 2} = \\ &= 5a^3 - 2a^2 + 3a + 2 + \frac{5a + 8}{a^2 - 2} \end{aligned}$$

Kəsrin qiymətinin tam ədəd olması üçün $\frac{5a+8}{a^2-2}$ ədədi tam olmalıdır. Bunun üçün $a^2 - 2$ ədədi $5a + 8$ ədədini bölməlidir. a ədədi natural olduğundan $5a + 8$ də natural olar və $a^2 - 2$ -dən böyük-bərabər olmalıdır. $5a + 8 \geq a^2 - 2$ bu bərabərsizliyin $a \geq 7$ üçün yanlış olduğu aydındır, buna görə də $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ qiymətlərinə baxmalıyıq. Bu qiymətlərdən $\frac{5a+8}{a^2-2}$ -i tam ədəd edən həllər yalnız $a = 1, 2, 4$ ödəyir.

CAVAB: $a = 1, 2, 4$

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

3. Bütün (x, y) həqiqi ədədlərini tapın ki, sistem tənliyi ödəsin.
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 2xy \\ x^3 + x^2y = y^2 \end{cases}$$

Həlli:

$$x^2 + 2y = 2xy \implies 2xy - 2y = x^2 \implies y(2x - 2) = x^2 \implies y = \frac{x^2}{2x-2} \text{ 2-ci tənlikdə yazaq:}$$

$(x \neq 1 \text{ çünki, } x = 1 \text{ -i birinci tənlikdə yazsaq: } 1 + 2y = 2y \implies \text{ziddiyyət alırıq})$

$$x^3 + x^2y = y^2 \implies x^3 + x^2 \left(\frac{x^2}{2x-2} \right) = \left(\frac{x^2}{2x-2} \right)^2 \implies x^3 + \frac{x^4}{2x-2} = \frac{x^4}{(2x-2)^2} \text{ hər tərəfi } (2x-2)^2 \text{ -yə vuraq:}$$

$$x^3(2x-2)^2 + x^4(2x-2) = x^4 \implies x^3(4x^2 - 8x + 4) + x^4(2x-2) = x^4 \implies$$

$$6x^5 - 11x^4 + 4x^3 = 0 \implies x^3(6x^2 - 11x + 4) = 0$$

Buradan da iki hal alırıq:

$$\text{ya } x^3 = 0 \text{ yəni } x = 0 \implies y = \frac{x^2}{2x-2} = \frac{0}{-2} = 0 \implies (x, y) = (0, 0)$$

$$\text{ya da } 6x^2 - 11x + 4 = 0 \implies D = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 4 = 121 - 96 = 25$$

$$x_1 = \frac{(-(-11) - \sqrt{25})}{2 \cdot 6} = \frac{1}{2} \implies y = \frac{x^2}{2x-2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{1}{2} - 2} = -\frac{1}{4} \implies (x, y) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

$$x_2 = \frac{(-(-11) + \sqrt{25})}{2 \cdot 6} = \frac{4}{3} \implies y = \frac{x^2}{2x-2} = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2}{2 \cdot \frac{4}{3} - 2} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{8}{3} \implies (x, y) = \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

CAVAB: $(x, y) = (0, 0), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right), \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

4. a və b natural ədədlər olarsa, tənliyi həll edin: $3^a = b^2 + 2025$

Həlli:

$3^a = b^2 + 2025$ tənliyində SOL tərəf $3^a = TƏK$ olduğundan sağ tərəf də $TƏK$ olar, yəni b ədədi $CÜT$ olmalıdır. $b = 2k$ deyək (k – natural):

$$3^a = (2k)^2 + 2025 = 4k^2 + 2025$$

Son ifadədən aydındır ki, SAĞ tərəf 4-ə bölünərkən 1 qalıqı verir, onda SOL tərəf də 4-ə bölünərkən 1 qalıqı verməlidir....(*)

3 ədədi 4-ə bölündükdə (-1) qalıqı verir, 3^a ədədi də $(-1)^a$ qalıqı verir. Bu isə o deməkdir ki, tənliyin SOL tərəfi 4-ə bölünəndə a –nın tək qiymətlərində $(-1)^{tək} = (-1) = 3$ qalıqı verir, a –nın cüt qiymətlərində isə $(-1)^{cüt} = 1$ qalıqı verir. (*) –a görə bilirik ki, SOL tərəf 4-ə bölündükdə 1 qalıqı verməlidir, deməli $a = CÜT$ olar. $a = 2n$ deyək (n -natural):

$$3^{2n} = (2k)^2 + 2025 \implies (3^n)^2 - (2k)^2 = 2025 \implies (3^n - 2k)(3^n + 2k) = 2025 = 45^2 = 3^4 \cdot 5^2$$

Sonuncu tənlikdə SOL-da iki ədəd mötərizə 2025-in natural bölənləri olmalıdır, n və k natural olduğundan ilk mötərizə ikinci mötərizədən kiçik olmalıdır. Bu zaman mümkün versiyalar bunlardır:

$$(3^n - 2k, 3^n + 2k) = (1, 2025), (3, 675), (5, 405), (9, 225), (15, 135), (25, 81), (27, 75), (45, 45)$$

Tərəf-tərəfə toplusaq: $(3^n - 2k) + (3^n + 2k) = 2 \cdot 3^n$ olar.

$$2 \cdot 3^n = 2026, 678, 410, 234, 150, 106, 102, 90$$

$3^n = 1013, 339, 205, 117, 75, 53, 51, 45$ bunlardan isə heç biri ödəməz.

CAVAB: Tənliyin həlli yoxdur.

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

5. İsbat edin:

- a) Əgər p və $p^2 + 2$ ədədlərinin hər ikisi sadə ədəd olarsa, onda $p^3 + 2$ ədədi də sadə ədəd olar.
b) Əgər q və $8q - 1$ ədədlərinin hər ikisi sadə ədəd olarsa, onda $8q + 1$ ədədi mürəkkəb olar.

Həlli:

Ədədlərə 3-ə bölünmədə verdikləri qalıqlar üzrə baxaq:

a) p ədədi ya $3k$, ya $3k + 1$, ya da $3k + 2$ formasında ola bilər. ($k \geq 0$ və $k \in \mathbb{Z}$)

a.1) $p = 3k + 2$ şəklində olsa $p^2 + 2 = (3k + 2)^2 + 2 = 9k^2 + 12k + 4 + 2 = 3(3k^2 + 4k + 2)$ olar və göründüyü kimi $p^2 + 2$ ədədi 3-ə bölünər və Sadə ədəd olduğundan $p^2 + 2 = 3$ olar bu zaman isə $p = \pm 1$ alınar və p özü sadə ədəd olmaz. $\Rightarrow$ **Ziddiyyət**

a.2) $p = 3k + 1$ şəklində olsa $p^2 + 2 = (3k + 1)^2 + 2 = 9k^2 + 6k + 1 + 2 = 3(3k^2 + 2k + 1)$ olar və göründüyü kimi $p^2 + 2$ ədədi 3-ə bölünər və Sadə ədəd olduğundan $p^2 + 2 = 3$ olar bu zaman isə $p = \pm 1$ alınar və p özü sadə ədəd olmaz. $\Rightarrow$ **Ziddiyyət**

a.3) $p = 3k$ şəklində olsa p həm də sadə olduğundan $p = 3$ olar, $p^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$ olar və hər iki ədəd sadə olar. Bu zaman $p^3 + 2 = 3^3 + 2 = 29$ olar və bu ədəd də Sadə ədəd olar.

b) q ədədi ya $3k$, ya $3k + 1$, ya da $3k + 2$ formasında ola bilər. ($k \geq 0$ və $k \in \mathbb{Z}$)

b.1) $q = 3k + 2$ şəklində olsa $8q - 1 = 8(3k + 2) - 1 = 24k + 15 = 3(8k + 5)$ olar və göründüyü kimi $8q - 1$ ədədi 3-ə bölünər və Sadə ədəd olduğundan $8q - 1 = 3$ olar bu zaman isə $q = \frac{1}{2}$ alınar və q özü sadə ədəd olmaz. $\Rightarrow$ **Ziddiyyət**

b.2) $q = 3k + 1$ şəklində olsa $8q + 1 = 8(3k + 1) + 1 = 24k + 9 = 3(8k + 3)$ olar və göründüyü kimi $8q + 1$ ədədi 3-ə bölünər və 3-dən böyük olacağından Mürəkkəb ədəd olar.

b.3) $q = 3k$ şəklində olsa q həm də sadə olduğundan $q = 3$ olar, $8q - 1 = 23$ olar və hər ikisi sadə olar və şərti ödəyər. Bu zaman $8q + 1 = 25$ olar və bu da Mürəkkəbdir.

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

6. Tənliyi həqiqi ədədlərdə həll edin: $x^5 = 2x^2 + 9x + 6$

Həlli:

Tənliyi $x^5 - 9x = 2x^2 + 6$ kimi yazaq və vuruqlara ayırmağa çalışaq.

$$x(x^4 - 9) = 2(x^2 + 3) \implies x((x^2)^2 - 3^2) = 2(x^2 + 3) \implies x(x^2 - 3)(x^2 + 3) = 2(x^2 + 3)$$

Burada diqqət etsək görərik ki, $x^2 + 3$ vuruğu hər iki tərəfdə var və həmin $x^2 + 3$ ifadəsi hər zaman 0-dan fərqli olacağından hər iki tərəfdən ixtisar edə bilərik ($x^2 \geq 0 \implies x^2 + 3 \geq 3 \implies x^2 + 3 > 0$)

Bu zaman alırıq:

$$x(x^2 - 3) = 2 \iff x^3 - 3x - 2 = 0$$

Vuruqlara rahat ayırmaq üçün kiçik tam ədədlərdən (**məsələn: (-3,+3) aralığında**) hansıların tənliyin kökü olduğunu tapaq. Bunun səbəbi isə budur ki, əgər hər hansı $x = a$ tənliyin köküdürsə, onda tənliyin sol tərəfi $x - a$ ifadəsinə bölünər, yəni vuruq kimi ayrıla bilər.

$x = -1$ və $x = 2$ -nin tənliyin həlli olduğunu sadə hesablama ilə gördükdən sonra $x^5 - 2x^2 - 9x - 6$ ifadəsinin $x - (-1) = x + 1$ və $x - 2$ -yə bölünəcəyini bildiyimizdən uyğun vuruqları yaratmağa çalışaq: Əvvəlcə $x + 1$ vuruqları yaradaq:

$$x^3 - 3x - 2 = x^3 - x - 2x - 2 = x(x^2 - 1) - 2(x + 1) = x(x - 1)(x + 1) - 2(x + 1) = 0$$

$(x + 1)$ -ləri ortaq vuruq kimi mötərizə xaricinə çıxartsaq:

$$(x + 1)(x(x - 1) - 2) = 0 \implies (x + 1)(x^2 - x - 2) = 0 \implies (x + 1)(x + 1)(x - 2) = 0$$

Deməli: $(x + 1)^2(x - 2) = 0$ alınar.

Buradan da həllər yalnız $x = -1$ və $x = 2$ olar.

CAVAB: $x = -1, 2$

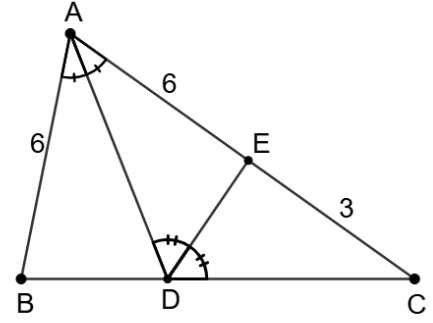
8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

7. Şəkildə AD və DE tən böləndir.

$AB = AE = 6$, $EC = 3$ olarsa,

$$\frac{AD}{DE} = ?$$

1-ci Həll:



$\triangle ADC$ -də DE tən bölən olduğundan Daxili Tən bölən Nisbət Qaydasına görə $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EC} = \frac{6}{3}$ olar.

Buna görə də $DC = 3x$, $AD = 6x$ deyək.

$\triangle ABC$ -də AD tən bölən olduğundan, eyni üsulla:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \implies \frac{6}{9} = \frac{BD}{3x} \implies BD = 2x \text{ olar.}$$

$AB = AE$, $AD = AD$ və $\angle BAD = \angle EAD$ olduğundan

TBT (Tərəf-Bucaq-Tərəf) oxşarlıq əlamətinə görə:

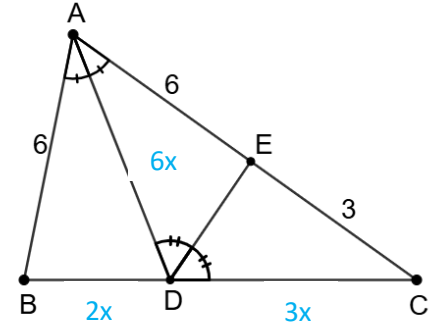
$\triangle ABD \sim \triangle AED$ olar və uyğun tərəflərin bərabərliyindən

bu üçbucaqlar həm də konqruent olurlar.

Deməli digər uyğun tərəflər də bərabər olar, yəni $BD = ED = 2x$ olar.

$$\frac{AD}{DE} = \frac{6x}{2x} = 3 \text{ alınar.}$$

CAVAB: $\frac{AD}{DE} = 3$



8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

2-ci Həll:

$\triangle ADC$ -də DE tənbölən olduğundan Daxili Tənbölən Nisbət Qaydasına görə $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EC} = \frac{6}{3}$ olar.

Buna görə də $DC = 3x$, $AD = 6x$ deyək.

$\triangle ABC$ -də AD tənbölən olduğundan, eyni üsulla:

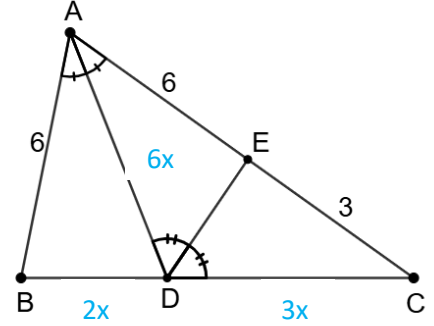
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{BD}{3x} \Rightarrow BD = 2x \text{ olar.}$$

$\triangle ABC$ -də Daxili Tənbölən Uzunluq Qaydasına görə:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \Rightarrow (6x)^2 = 6 \cdot 9 - 2x \cdot 3x$$

$$36x^2 = 54 - 6x^2 \Rightarrow 42x^2 = 54 \Rightarrow 7x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{9}{7} \text{ alarıq ... (*)}$$



$\triangle ADE$ -də Daxili Tənbölən Uzunluq Qaydasına görə: $DE^2 = AD \cdot DC - AE \cdot EC \Rightarrow DE^2 = 6x \cdot 3x - 6 \cdot 3$

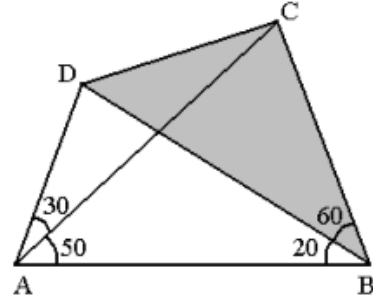
$$DE^2 = 18(x^2 - 1) \text{ olar. (*) –dan alarıq ki, } DE^2 = 18 \cdot \left(\frac{9}{7} - 1\right) = 18 \cdot \frac{2}{7} = \frac{36}{7}$$

$$\text{Son olaraq } \left(\frac{AD}{DE}\right)^2 = \frac{AD^2}{DE^2} = \frac{(6x)^2}{\frac{36}{7}} = \frac{36x^2}{\frac{36}{7}} = 7x^2 = 7 \cdot \frac{9}{7} = 9 \Rightarrow \frac{AD}{DE} = 3 \text{ alınar.}$$

CAVAB: $\frac{AD}{DE} = 3$

8-9 –cu siniflər üçün Riyaziyyat Fənni üzrə Seçmə İmtahanı – II Mərhələ
11 Oktyabr 2025

8. Şəkildə $\angle DAC = 30$, $\angle CAB = 50$,
 $\angle ABD = 20$, $\angle DBC = 60$ və $AB = 12$ olarsa,
 $S_{BCD} = ?$



Həlli:

$\triangle BAD$ -yə baxaq: $\angle ABD = 20$, $\angle BAD = 30 + 50 = 80$ onda $\angle BDA = 180 - 20 - 80 = 80$ olar. Bu isə o deməkdir ki, $\angle BAD = 80 = \angle BDA$, yəni $BA = BD \dots (*)$ olar.

$\triangle BAC$ -yə baxaq: $\angle BAC = 50$, $\angle ABC = 20 + 60 = 80$ onda $\angle BCA = 180 - 50 - 80 = 50$ olar. Bu isə o deməkdir ki, $\angle BAC = 50 = \angle BCA$, yəni $BA = BC \dots (**)$ olar.

(*) və (**) -dan alınır ki, $12 = BA = BD = BC$.

$\triangle BDC$ -yə baxsaq görərik ki, $BD = BC = 12$ və $\angle DBC = 60$ deməli, $\triangle BDC$ tərəfi 12 olan bərabərtərəfli üçbucaqdır. Bərabəryanlı üçbucağın sahəsinin tərəfindən aslı düsturuna əsasən:

$$S_{\triangle BDC} = \text{tərəf}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 12^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$$

CAVAB: $S_{\triangle BDC} = 36\sqrt{3}$